



TITLE:

解の多様性を維持するアントコロニー最適化手法(モデリングと最適化の理論)

AUTHOR(S):

巽, 啓司; 谷野, 哲三

CITATION:

巽, 啓司 ...[et al]. 解の多様性を維持するアントコロニー最適化手法(モデリングと最適化の理論). 数理解析研究所講究録 2006, 1526: 241-249

ISSUE DATE:

2006-12

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/58855>

RIGHT:

解の多様性を維持するアントコロニー最適化手法

大阪大学大学院工学研究科 巽 啓司 (Keiji Tatsumi)
大阪大学大学院工学研究科 谷野 哲三 (Tetsuzo Tanino)
Graduate School of Engineering, Osaka University

概要

蟻の巣の求餌行動に発想を得たアント・コロニー最適化手法 (Ant Colony Optimization, ACO) は, 群知能とよばれる人工知能技術のひとつであり, 近年, 多くの組み合わせ最適化問題に適用され注目を集めている. 初期の提案モデルを様々に改良した方法が提案された中で, 求解能力が最も高いと報告されている *MAX-MIN Ant System* では, 各反復において, もしくは今までの反復において得られた良質な少数の解だけを利用して次反復での探索を行っており, 多数の蟻 (エージェント) による探索や, 得られた解の多様性をうまく利用するといった群知能のコンセプトを有効に生かしていないといえる.

本稿では, 代表的な ACO 解法の一つである Rank-based Ant System を改良し, 解の多様性を維持し次反復での解の探索に有効に利用することができる方法を提案する. 提案法では, フェロモンに対する 3 種類の異なった感度を持つ蟻を用い, 解の多様性を維持する. 標準的な蟻は選択可能な道の中からフェロモン値の大きな路を優先的に選択し, 逆感度を持つ蟻はフェロモン値が小さい路を優先的に選択, 残りの蟻は路をランダムに選択する. 加えて, この方法ではフェロモン更新に使用するランキングリストを作成する際に, 従来法のように得られた解を巡回路長の短い解を優先して選択するのではなく, その反復で得られた最良解からの各解の距離も考慮して選択する. 提案法を巡回セールス問題のベンチマーク問題に適用し, 数値実験により提案法が MMAS を含めた従来法にくらべ効率的に良質な解を求解できることを検証した.

keyword Ant Colony Optimization, Diversification, Traveling Salesman Problem, Sensitivites of ants, Rank-based method

1. はじめに

アント・コロニー最適化手法 (Ant colony optimization, ACO) は, 蟻のコロニーの求餌行動にヒントを得た組合せ最適化問題に対するメタヒューリスティック手法の一つであり, 近年注目を浴びている. この方法は, 群知能とよばれる自己組織化されたエージェントの協調的なふるまいを研究する人工知能技術のひとつである. ACO では, 蟻を模した各エージェントは, 探索路にフェロモンを付加することで他の蟻との間接的な情報交換を行い, 協調しあつて組合せ問題の解を探索する. フェロモンは, 解を構成する各路に付加され, 各蟻はフェロモン情報を用いて次回の解探索を行う. この方法は, ルーティング問題 (巡回セールスマン問題, ヴィーグルルーティング, ネットワークルーティング問題), 割当問題 (グラフ彩色問題, 2 次割当問題), スケジューリング問題などの組合せ最適化問題に適用され, 多くの成功例が報告されている [1]. また, ACO 解法のうち, 初期に提案されたモデルの多くは, 大規模な問題に適用した場合, 望ましくない局所解にトラップされる傾向があったが, 近年, そのようなトラップを避け, より効率的な探索を行うための様々な改良法が提案さ

れている。その中で、もっとも求解能力が高いとされているモデルが、*MAX-MIN Ant System* (*MMAS*) である [3]。MMAS では、各反復で求めた、もしくはその時点までの最良解だけを用いてフェロモンを更新し、また、フェロモン値の上下限を制限している。この手法により、各路上のフェロモン値の差が減少し、すでに見つけた局所解へのトラップを避けることができる。しかし、各反復で得られた多様な解を次反復への求解にほとんど利用しておらず、群知能の特徴であるエージェントによる協調的な探索を有効に生かした方法とはいえない。

そのため、本研究では、従来法の一つである *Rank-based Ant System* (*AS-rank*) に着目し、提案手法を用いて改良することで、得られた解の多様性を維持しながら、それをうまく利用しつつ、局所解にトラップされることのない新しい ACO 解法を提案する。この方法は、フェロモンに対して通常の蟻とは逆の感度をもつ蟻や、路選択をランダムに行う蟻を用いることで、解の多様性を維持する。また、従来の AS-rank では、得られた解の評価値（目的関数値）に基づいてフェロモン更新を行っていたが、提案法では、得られた最良解と各解との距離の大きさも考慮に入れてフェロモン更新を行う。

2. Ant System

本稿では、巡回セールスマン問題 (TSP) に対する ACO 解法に着目して議論する。ただし、従来法および提案法ともに、前節で述べた他の組合せ問題にも容易に適用可能であることに注意する。TSP は、与えられた都市 N と都市間の路 \mathcal{P} に対し、最小距離をもつ巡回路を求める問題である。巡回路とは、ある都市から出発しすべての都市を一度ずつ訪問してもとの都市に帰ってくる路のことを意味している。この問題は、求解が困難とされている NP 困難な問題の中でも基本的な問題の一つであり、数多くのメタヒューリスティック解法が適用されている。この問題は以下のように定式化できる。

$$\min_X f(X) = \min_X \sum_{(i,j) \in \mathcal{P}} d_{ij}, \quad (1)$$

ここで、 d_{ij} は、路 $(i,j) \in \mathcal{P}$ の長さを表し、 X は巡回路をあらわす。

この問題を解くため、ACO 解法では、各蟻が以下のようにそれぞれ巡回路を構築する。はじめに、各々の蟻 $k \in \mathcal{A}$ はランダムに各都市に配置される。次に、各ステップ t において、都市 i にいる蟻 k は、次の都市を以下の式を用いて確率的に選択する。都市 j を選択する確率は、

$$p_{ij}^k(t) := \frac{(\tau_{ij})^\alpha (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{l \in N^k(t)} (\tau_{il})^\alpha (\eta_{il})^\beta}, \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 τ_{ij} は路 $(i,j) \in \mathcal{P}$ に付加されたフェロモン値を表し、 η_{ij} は、ヒューリスティック情報と呼ばれ、問題にあわせ各路にアприオリに与えられる定数である (TSP に対しては $1/d_{ij}$ がよく用いられる)。また、 α と β は正の整数であり、それぞれ、 τ_{ij} と η_{ij} の相対的な影響度を決定する定数である。 $N^k(t)$ は、ステップ t において蟻 k が未訪問の都市集合を表す。ステップ $t = n$ で、各々の蟻 k は、それぞれ巡回路 X^k を構築する。その後、それぞれの路のフェロモン値 τ_{ij} は、これらの得られた解 (巡回路) を用いて、以下のように更新される。

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \tau_{ij} + \sum_{k \in \mathcal{A}} \Delta \tau_{ij}^k, \quad \forall (i,j) \in \mathcal{P}, \quad (3)$$

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} 1/f(X^k) & \text{if } (i,j) \in X^k, \\ 0 & \text{if } (i,j) \notin X^k, \end{cases} \quad (4)$$

ここで $0 < \rho < 1$ は、フェロモンの蒸発率を表す。この巡回路構築を、終了条件が満たされるまで何度も繰り返していく。

Dorigo ら [1] により提案されたこの方法は、Ant system (AS) と呼ばれる。AS は、大規模な問題に対しては、他のメタヒューリスティック解法比べ低い求解能力しかもたないことが報告されており [1]、そのため、その欠点を改良する様々な方法が提案されている。次節では、そのうち代表的な改良法について紹介する。

3. ACO の改良法

3.1 Rank-based AS

Bullnheimer らにより提案された Rank-based Ant System (AS-rank) [2] は、フェロモン値の更新の際、その反復で得られた解 X^k を巡回路長が短い解からソートしたリスト $\mathcal{L} \subset \mathcal{A}$ を作成し、そのランクに対応した重み w_k を用いて各路のフェロモン値を更新する方法である。

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \sum_{k \in \mathcal{L}} w_k \Delta \tau_{ij}^k, \quad \forall (i, j) \in \mathcal{P}. \quad (5)$$

文献 [2] では、AS-rank が AS よりも優れていることが報告されている。

3.2 MAX - MIN Ant System

Stützle ら [3] により提案された MAX - MIN Ant System (MMAS) は、望ましくない局所解にトラップされないようにフェロモン値を更新する方法である。MMAS では、フェロモン値は、それまでの反復で得られた中での最良解 (best-so-far) もしくは各反復での最良解 (iteration-best) を用いて以下のように更新される。

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} \quad \forall (i, j) \in \mathcal{P}, \quad (6)$$

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} + \Delta \tau_{ij}^{bs} \quad \forall (i, j) \in X^{bs}, \quad (7)$$

ここで、 $\Delta \tau_{ij}^{bs} := 1/f(X^{bs})$ であり、 X^{bs} は今までに得られた最良解、もしくはその反復での最良解を表す。加えて、フェロモン値に対して、上限値 τ_{\max} と下限値 τ_{\min} が設定されており、フェロモン更新で得られたフェロモン値がこの上下限値を越え出た場合、上限もしくは下限値に置き換えられる。さらに、MMAS の開始時、初期フェロモン値は τ_{\max} にセットされ、もし、局所解にトラップされたと判断されたときも、すべてのフェロモン値は、 τ_{\max} に置き換えられ、再スタートされる。また、蒸発定数 ρ としては 0 に近い小さな値が用いられる。

このフェロモンの上下制限や、スタートおよび再スタート時での上限値の使用により、MMAS では各路のフェロモン値の差が小さくなりやすく、初期反復において一部のフェロモン値が強調されることが避けられる。そのため、望ましくない局所解へのトラップを減らすことが出来る。この方法は他の多くの方法に比べ、求解能力が優れていることが報告されている [3]。

しかし、一方で、MMAS は、各反復で得られた解の多様性を有効に利用しておらず、群知能モデルの特徴を有効に生かしてはいないと考えられる。本稿では、これらの多様な解の情報を有効に利用しながらも、望ましくない局所解へのトラップを避けることの出来る新しい方法を提案する。

4. 提案法

本節では、以下の2つの手法を用いた新しい AS-rank 法を提案する。

4.1 様々な感度をもつ蟻

提案法では、以下のように3種類の感度をもつ蟻を使用する。

標準的な蟻 A_{NS} この蟻は、式 (2) を用いて、標準的な方法で次の都市を選択する。

逆感度をもつ蟻 A_{IS}

この蟻は、標準的な蟻とは逆に、以下のような式に基づき、次の都市を選択する。

$$p_{ij}^k(t) := \frac{(1/\tau_{ij})^\alpha (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{l \in N^k(t)} (1/\tau_{il})^\alpha (\eta_{il})^\beta}. \quad (8)$$

つまり、路 (i, j) に付加されたフェロモン値 τ_{ij} が小さく、ヒューリスティック情報 η_{ij} が大きい場合、高い確率でその路を選択する。ここで、フェロモン値の下限値は、 τ_{min} に設定する。

ランダム選択の蟻 A_{RS}

この蟻はランダムに次の都市を選ぶ。

これらの蟻を DSA (Different Sensitive Ants) と呼ぶことにする。この3種類の感度を持った蟻は、各反復において多様な巡回路を構築することが期待できる。

しかし、提案法において、従来の標準的な AS-rank と同様のリストを作成しフェロモン更新を行った場合、得られた各解の巡回路長に基づいたランクを利用した重みを用いているため、DSA を用いて各反復で多様性を持った解が得られていても、その多様性を有効に生かした探索が行われるとは限らない。そこで、本稿では、その多様性を維持し、次の探索に生かすことが可能なリスト作成方法を次節で提案する。

4.2 提案ランキング法

提案法では、巡回路長だけではなく、反復 i において得られた各々の解 $X^k(i), k \in \mathcal{A}$ とその反復での最良解 $X^{bs}(i)$ との距離も考慮に入れて解を選択する。その距離としては、 $\delta^k(i) := |X^k(i) - X^{bs}(i)|$ を用いるものとする。この値は、 $X^k(i)$ と $X^{bs}(i)$ の交差集合の基数である。このように巡回路長が短く、最良解からの距離 $\delta^k(i)$ が大きい解、つまり、近似的なパレート解を求めるために以下の手法を用いる。

リスト作成方法

まず、はじめに、得られたすべての解を巡回路の短い順にソートし、その順に $|\mathcal{L}| p_{rate}$ 個の解をリストに加える。ここで p_{rate} は $0 < p_{rate} < 1$ を満たす正の定数とする。次に、その残りの解のうち巡回路長が短い $|\mathcal{A}|/2$ 個の解の中から距離 $\delta^k(i)$ の大きい解を順に $|\mathcal{L}|(1 - p_{rate})$ 個選び、リスト \mathcal{L} に加える (図 1)。その後、 \mathcal{L} を用いて、式 (5) に基づきフェロモン値を更新する。

パラメータ p_{rate} の設定

今までに得られた最良解 \hat{X} とその巡回路長 \hat{f} を保持し、各反復 i において、もしその反復で得られた最良解 $f(X^{bs}(i))$ が \hat{f} より小さければ、 \hat{f} を $f(X^{bs}(i))$ で置き換える。そうでなく、もし連続し

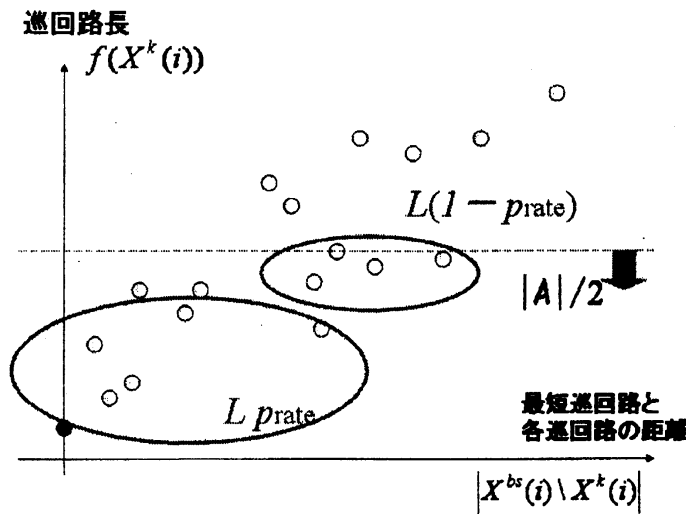


図 1: ランキングリスト作成方法

て I_{\max} 回 \hat{f} が更新されていない場合は, p_{rate} を減少させる.

$$p_{rate} = \max\{p_{rate} - p_d, p_{min}\}. \quad (9)$$

$0 < p_d, p_{min} < 1$ と I_{\max} は正の定数を表す.

これらの手法を PRS (Pareto Ranking Selection) と呼ぶ.

4.3 アルゴリズム

提案法は以下のようにまとめることができる.

Step 0 初期化

$i := 0$ および $\tau_{ij} \forall (i, j) \in \mathcal{P}$ を τ_{min} に設定し, \hat{f} に十分大きな値を代入する. $I_c := 0$

Step 1 すべての蟻を互いに異なる都市にランダムに配置し, $t := 1$ とおく.

Step 2 すべての蟻について, 次に訪問する都市を決定する:

1. 標準蟻 $k \in \mathcal{A}_{NS}$ は, (1) により次の都市を選択.
2. 逆感度蟻 $k \in \mathcal{A}_{IS}$ は, (8) により次の都市を選択.
3. ランダム選択蟻 $k \in \mathcal{A}_{RS}$ は, ランダムに次の都市を選択.

$t := t + 1$ とする. もし $t < n$ ならば, Step2 へ.

Step 3 得られたすべての巡回路について, 巡回路長 $f(X)$ を計算し, 反復 i での最良解 $X^{bs}(i)$ を選ぶ. もし $\hat{f} > f(X^{bs}(i))$ ならば, $\hat{f} := f(X^{bs}(i))$ および $I_c = 0$. そうでなければ $I_c := I_c + 1$. もし $I_c > I_{\max}$ ならば, p_{rate} を (9) により減少させる.

Step 3 ランキングリスト \mathcal{L} に格納する解を, 提案ランキング法を用いて選ぶ. (5) を用いて, フェロモン値 $\tau_{ij} \forall (i, j) \in \mathcal{P}$ を更新する.

Step 4 もし終了条件が満たされれば終了. そうでなければ $t := 0$ として Step 1 へ.

5. 数値実験結果

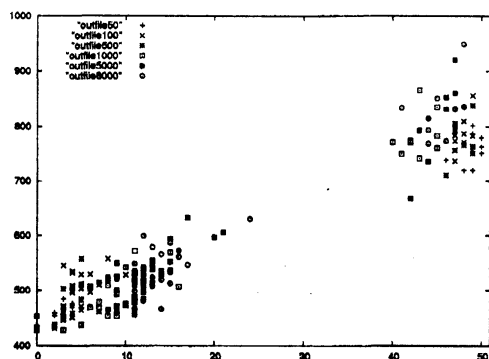
この節では, 提案法の有効性を検証するため, 提案法を, 巡回セールスマン問題のベンチマーク問題のライブラリ TSPLIB の 3 つの問題 (eil51, kroA100, d198) [4] に適用した結果について報告する. すべてのプログラムは, C 言語 (gcc version 3.4.2) でコード化し, PC-AT 互換機 (CPU: Pentium4 3.0GHz, Memory: 1Gbyte, OS: FreeBSD 5.3-RELEASE) で実行した.

まず, 使用する 3 種類の感度の蟻の適切な数を決定するため, それぞれの感度の蟻の数の比を変えて, 6 種類の組合せのもとでの提案法を問題 eil51 に適用した. 表 1 および表 2 は, それぞれの組合せのもとで得られた巡回路長の平均を表している. この表から, 逆感度の蟻やランダム選択の蟻が求解能力の向上に貢献しており, それぞれの感度の蟻の適切な組合せを用いれば, 良質な解が求まることが分かる.

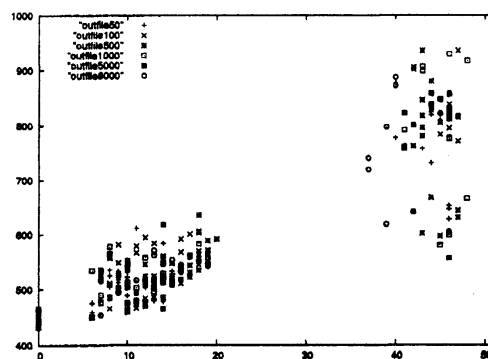
次に, それぞれ 4.1 および 4.2 で提案した 2 種類の手法 (DSA および PRS) の効率性を検証するため, 4 種類の手法 (提案法: DSA と PRS を用いた AS-rank, DSA を用いた AS-rank, PRS を用いた AS-rank および標準的な AS-rank) を, 問題 eil51 に適用した. その結果を, 表 3 および図 2 に示す. 表 3 は, それぞれの手法で 25 試行を行ったときの平均, 最良, 最悪巡回路長を表し, 図 2 は, それぞれの手法で, 各ステップ $t = 50, 100, 500, 1000, 5000, 8000$ において得られた解を, 縦軸に巡回路長, 横軸に各ステップでの最良解からの距離を用いて表したものである. DSA のみを用いた AS-rank は, 標準 AS-rank よりも得られる解の多様性は増しているものの得られる平均, 最良, 最悪巡回路長は改善されていない. PRS のみを用いた AS-rank は, 標準 AS-rank よりも得られる解の巡回路長は改善されているものの, 解の多様性はそれほど増していない. 一方, 提案法では, DSA と PRS の両手法が効率的に働き, 得られる解の多様性は維持され, それと共に平均, 最良, 最悪巡回路長が改善されている. この結果から, AS-rank の改善は, DSA と PRS の両手法をともに用いていることで得られた結果であることが分かる.

最後に, 従来法と提案法を, 3 つのベンチマーク問題に適用し, その性能の比較を行った. 表 4 は, 提案法に用いた各パラメータの値を表している. また, 表 5 は, それぞれの手法を用いて 25 試行で得られた巡回路の平均長を示している. どの方法についても, 一度の試行で生成する解の個数が, $10000 \times (\text{問題の都市数})$ となるように終了条件を設定した. それぞれの問題名の右のカッコ内の数値は, 各々の問題の最適解もしくは知られている最良解の巡回路長を表している. また, イタリックで示した数値は, 今回の比較の中でのそれぞれの問題に対する最良解を表している. 従来法 (MMAS, ACS, AS-rank, AS-elite, AS) の結果は, 文献 [3] を参照したものである. 提案法は, 問題 eil51, d198 については最良解を, kroA100 については, MMAS が見つけた最良解とほぼ同じ平均値をもつ解を見つけている.

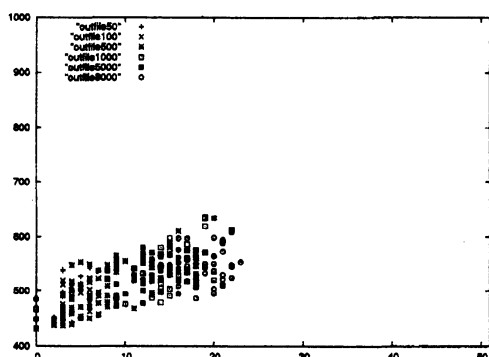
これらの結果から, 提案法が, 他の従来法よりも優れた解を見つけることが出来ることや, 改良 AS-rank 法は, 2 つの提案手法が効果的に働くことで良質な解を発見していると結論することが出来る. 特に, この 2 つの手法により, 各反復で求まる解の多様性を, 良質な解を含みながら維持し, 望ましくない局所解にトラップされることなく求解能力を向上させたことは, 群知能のコンセプトに沿った形で ACO 解法の能力を高めたといえる.



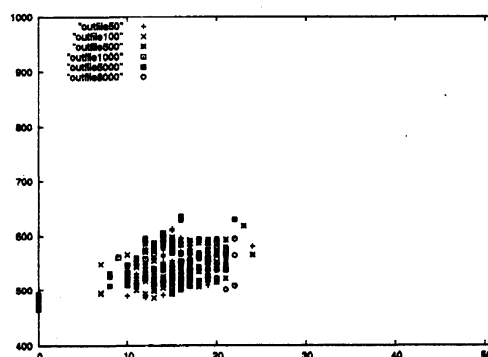
(a) 提案法 (DSA と PRS を用いた AS-rank)



(b) DSA を用いた AS-rank



(c) PRS を用いた AS-rank



(d) 標準 AS-rank

図 2: DSA と PRS を用いた AS-rank の比較

表 1: 逆感度をもつ蟻の数の比較

標準蟻の数 $ A_{NS} $	41	35	30	15
ランダム選択蟻の数 $ A_{RS} $	10	10	10	10
逆感度蟻の数 $ A_{IS} $	0	6	11	26
平均巡回路	427.12	426.84	426.84	427.00

表 2: ランダム選択を行う蟻の数の比較

標準蟻の数 $ A_{NS} $	40	30	10
ランダム選択蟻の数 $ A_{RS} $	0	10	30
逆感度蟻の数 $ A_{IS} $	11	11	11
平均巡回路	429.40	426.84	427.04

表 3: DSA と PRS を用いた手法の比較

	提案法 (DSA & PRS)	DSA	PRS	標準 AS-rank
最悪巡回路長	427	807	435	468
最良巡回路長	426	522	426	430
平均巡回路長	426.84	675.4	429.80	445.2

表 4: 選択した定数・パラメーター一覧

問題	リスト長 $ \mathcal{L} $	全蟻数 $ \mathcal{A} $	ランダム選択 の蟻数 $ \mathcal{A}_{RS} $	逆感度蟻数 $ \mathcal{A}_{IS} $	標準蟻数 $ \mathcal{A}_{NS} $	(α, β)	最大反復回数
eil51	20	51	10	22	19	(1, 5)	10000
kroA100	30	100	20	31	49	(5, 6)	10000
d198	40	198	20	78	100	(5, 6)	10000

表 5: 提案法と従来型 ACO 手法との比較

方法	eil51 (426)	kroA100 (21282)	d198 (15780)
提案法	426.8	21296.04	15880.6
MMAS	427.1	21291.61	15956.8
ACS	428.1	21420.0	16054.0
AS-rank	434.5	21746.0	16199.1
AS-elite	428.3	21522.8	16205.0
AS	437.5	22471.4	16702.1

6. おわりに

この論文では、3種類の感度を持つ蟻と、新しいランキング法を用いた Rank-based Ant System を提案した。この方法では、良質な解を含んだ多様な解を維持し、その情報を生かしたフェロモン更新を行うことで、望ましくない局所解にトラップされることなく効率的な求解を行うことが可能である。数値実験により、提案手法が Rank-based Ant System の求解能力の向上に貢献していることを検証した。また、提案法を、3種類のベンチマーク巡回セールスマン問題に適用し、従来法との比較によりその有効性を検証した。

今後の課題としては、より多くのベンチマーク問題へ適用し提案法の有効性をさらに検証することや、3種類の感度の持つ蟻がどのように協調して解探索を行っているか、提案ランキング法により選択されている解集合がどのようなものかといった点を解析することなどが挙げられる。また、提案法は、巡回セールスマン問題以外の問題にも簡単に拡張可能であり、すでにACOが適用されている他の組合せ最適化問題に提案法を適用して検証する必要がある。

参考文献

- [1] M. Dorigo and T. Stützle, *Ant Colony Optimization*, The MIT press, 2004.
- [2] B. Bullnheimer, R. F. Hartl and C. Staus, "A new rank-based version of the Ant System: A Computational study," *Central European Journal for Operations Research and Economics*, Vol.7 No.1, pp.25-38, 1999.
- [3] T. Stützle and H. H. Hoos, "MAX-MIN Ant System," *Future Generation Computer Systems Journal*, Vol. 16, No. 8, pp. 889-914, 2000.
- [4] <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/>